

SCHEMA SVOLGIMENTO DEL CORSO

Introduzione al corso; Richiami sugli spazi vettoriali e sugli operatori lineari. Rappresentazione di vettori e tensori in una base ortonormale.

Convenzione di Einstein. Prodotto tensoriale o diadico. Tensori simmetrici ed emisimmetrici. Forma vettoriale di tensori emisimmetrici in \mathbb{R}^3 .

Base diadica per lo spazio dei tensori doppi. Operatori di proiezione. Determinante. Tensore inverso. Tensori ortogonali.

Formule di trasformazione per le componenti di un vettore e di un tensore, autovalori ed autovettori. Invarianti principali.

Decomposizione polare, quadriche indicatrici.

Sistemi di vettori applicati. Risultante e momento polare risultante. Formula per il cambiamento di polo. Momento assiale.

Asse centrale. Operazioni elementari. Mutua riducibilità di sistemi di vettori applicati. Condizione necessaria e sufficiente.

Trinomio invariante. Sistemi piani e sistemi paralleli. Calcolo del risultante e momento di un sistema distribuito di vettori applicati. Cinematica del punto: velocità e accelerazione.

Lunghezza d'arco. Traiettoria e legge oraria. Accelerazione tangenziale e normale. Triedro fondamentale. Velocità nei moti piani.

Principi della meccanica. Cenno all'estensione a riferimenti non inerziali e a sistemi vincolati. Reazione vincolare come incognita. Teorema del Dini.

Richiami sulle superfici, in forma implicita, cartesiana, parametrica. Normale e area. Interpretazione in termini di vincoli olonomi.

Moti rigidi: definizione, formula della cinematica, velocità angolare. Moto simultaneo di due punti e conseguenza. Moti traslatori, rotatori, rototraslatori, elicoidali.

Atto di moto, punti di vista lagrangiano ed euleriano. Equivalenza tra le formule del cambiamento di polo e della cinematica rigida.

Teorema di Mozzi. Trinomio invariante. Moti rigidi piani. Centro istantaneo di rotazione.

Accelerazione nei moti rigidi. Moti relativi. Velocità nei moti relativi.

Accelerazione nei moti relativi. Velocità angolari relative. Applicazione dei moti relativi ai moti rigidi. Teorema di Aronhold-Kennedy

Mutuo rotolamento di due superfici rigide. Puro rotolamento. Disco che rotola senza strisciare su una guida rettilinea. Massa. Densità. Baricentro.

Proprietà del baricentro. Momento d'inerzia. Teorema sui sistemi piani. Operatore distanza.

Calcolo momenti d'inerzia per: sbarretta, con verifica teorema di Steiner; lamina rettangolare; disco, tutti omogenei.

Matrice d'inerzia. Momenti di deviazione. Assi e momenti principali d'inerzia. Piani di simmetria e enunciato teorema su assi principali.

Secondo teorema su assi principali. Struttura giroscopica. Giroscopi. Esempi. Ellissoide d'inerzia.

Dimostrazione teorema su piani di simmetria e assi principali. Sistemi piani. Calcolo analitico direzioni principali.

Cerchio di Mohr senza dimostrazione. Applicazione agli assi principali. Tensore d'inerzia rispetto a un punto O in funzione di quello baricentrale

Equazione fondamentale della dinamica in riferimenti non inerziali. Forze apparenti. Equazioni cardinali della dinamica, varie forme.

Forza su un punto. Lavoro o potenza 'infinitesimi'. Lavoro lungo un moto. Forze posizionali. Forze conservative. Energia cinetica

Esempi di forze conservative e relativi potenziali. Forze interne dipendenti dalla distanza.

Momento della quantità di moto e energia cinetica dei sistemi rigidi.

Lavoro di sollecitazioni applicate a un sistema rigido. Moto relativo al baricentro

Solido con asse fisso privo di attrito. Uso della seconda equazione cardinale per determinare l'equazione del moto. Integrazione a meno di quadrature. Energia cinetica di un disco che rotola senza strisciare.

Vincoli olonomi. Velocità possibili e virtuali. Esempio di punto su guida circolare di raggio variabile. Vincoli unilaterali. Velocità reversibili e non. Esempio: punto in quadrante.

Energia cinetica di un sistema olonomo. Matrice cinetica, definitezza positiva. Esempi: punto riferito a coordinate cartesiane, polari e polari sferiche; metrica.

Potenza di una sollecitazione agente su un sistema olonomo. Componenti lagrangiane

della sollecitazione. Esempi: vincolo lineare e vincolo angolare.

Reazioni vincolari. Attrito radente, leggi di Coulomb. Vincoli privi di attrito.

Sollecitazioni derivanti da un potenziale per un sistema olonomo. Esempi per sistemi particellari e sistemi estesi.

Appoggio privo di attrito. Calcolo del lavoro virtuale. Definizione di vincolo ideale. Cenno al vincolo di puro rotolamento.

Analisi dell'appoggio ideale, del corpo rigido con punto fisso e con asse fisso. Stesso per il vincolo di puro rotolamento.

Relazione simbolica della dinamica. Dimostrazione della sua equivalenza con la possibilità dinamica. Caso particolare: il teorema dei lavori virtuali.

Equazioni di Lagrange. Dimostrazione che si possono mettere in forma normale. Determinismo classico.

Esercizio di statica a un grado di libertà. Discussione della biforcazione.

Cenno al comportamento di fili e aste a sollecitazione nodale. Calcolo q. di moto, mom. q. di moto, en, cinetica disco in puro rotolamento

Aggiunta forze elastica, peso, forzante sinusoidale. Equazione di Lagrange. Stesso risultato e reazioni vincolari con le eq. cardinali.

Stesso problema, eq cardinali per forza elastica sostituita da forze apparenti.

Problema a 1 grado di libertà con integrale dell'energia. Da che parte inizia il moto.

Esercizio precedente: condizioni affinché il sistema raggiunga una certa posizione; tempo impiegato, moto a meno di quadrature per posiz. finale che non è o è di equilibrio.

Stabilità in senso statico e in senso dinamico. Teorema di Lagrange-Dirichlet. Equazioni di Lagrange come sistema del primo ordine.

Dimostrazione del teorema di Liapunov.

Linearizzazione delle equazioni di Lagrange. Piccole oscillazioni.

Esercizio di statica con metodo grafico e con le equazioni cardinali.

Determinazione delle reazioni vincolari con il principio dei lavori virtuali; risoluzione dell'esercizio precedente.

Esercizio sulle piccole oscillazioni (doppio pendolo). Energia cinetica e potenziale. Cenno alle equazioni di Lagrange, nonlineari. Equazioni delle piccole oscillazioni, loro integrazione. Modi normali.

Commenti sui due modi normali dell'esercizio precedente. Contatto tra corpi rigidi.

Meccanica dei continui. Moto, condizioni di regolarità, velocità e accelerazione. Gradiente di deformazione. Trasformazione dei vettori. Coefficiente di dilatazione cubica.

Tensore di Cauchy-Green. Massa. Densità di riferimento, densità attuale ed equazione di continuità in forma lagrangiana. Equazioni cardinali della dinamica.

Costruzione dettagliata: quantità di moto, momento della q . di m ., energia cinetica. Forze a distanza e forze di contatto. Principio del taglio di Cauchy. Tensione.

Tensione normale e tangenziale. Enunciato del teorema del tetraedro. Tensore di stress. Tensioni principali e direzioni principali di tensione.

Derivata materiale. Forma euleriana dell'equazione di continuità. Derivata sotto il segno di integrale. Caso di integrandi del tipo rf .

Teorema del trasporto. Equazione indefinita della meccanica dei continui.

Condizioni al contorno. Seconda eq. cardinale e simmetria del tensore di stress (senza dim.). Cenno alle eq. costitutive.

Stati piani di tensione. Caratterizzazione in termini di invarianti. Pura tensione. Puro taglio.

Cerchio di Mohr. Principio di Hamilton, in breve.

Esercizio di dinamica a 2 gradi di libertà. Equazione caratteristica con radici doppie. Calcolo di due soluzioni linearmente indipendenti; calcolo delle altre due soluzioni indipendenti.

Moti armonici forzati. Costruzione della soluzione non risonante del problema di Cauchy. Calcolo della corrispondente soluzione risonante come limite.

Dimostrazione del teorema del tetraedro. Dimostrazione della simmetria del tensore di stress.

Lavoro delle forze interne. Caso della rigidità e dei fluidi non viscosi.

Decomposizione polare, deformazione pura, rotazione locale. Dilatazioni principali e direzioni principali di deformazione. Allungamenti..

Variazioni angolari (scorrimenti), cenno alle dilatazioni superficiali. Deformazioni rigide.

Deformazioni infinitesime, Spostamento, tensore lagrangiano di strain.

Coefficiente di dilatazione cubica, allungamenti, scorrimenti nel caso delle deformazioni infinitesime.

Deformazioni omogenee, scorrimento semplice.

Equazioni del moto per fluidi euleriani. Spinta archimedeica e teorema di Bernoulli.