

I° Esercizio

Il piano cartesiano Oxy ruoti uniformemente rispetto agli spazi inerziali attorno all'asse y . Si consideri il sistema costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse x (vedi Figura 1) e da un punto materiale pesante P di massa m , vincolato sull'asse y . I vincoli siano lisci e tra il baricentro del disco e P sia tesa una molla ideale, di costante $h > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si chiede di determinare:

1. il moto del sistema, in almeno uno dei casi possibili supponendo che inizialmente il baricentro del disco abbia ascissa $2R$, P abbia ordinata 0 , mentre l'energia cinetica sia nulla. (12)

II° Esercizio

Nel piano xy di un sistema cartesiano $Oxyz$ si consideri la struttura costituita da due aste AB e CD , entrambe di lunghezza L e di massa trascurabile, incernierate tra loro in B e C . L'estremo A sia incernierato in $(0, L)$ e l'estremo D in $(L, 0)$. La cerniera in A sia una cerniera piana mentre le cerniere in D e tra B e C siano cerniere sferiche; e tutte siano ideali (o lisce). Sull'asta CD agisca un sistema di forze di risultante nullo e momento risultante $\mathbf{M} = M \mathbf{c}_3$, quest'ultimo essendo il versore dell'asse z , mentre sul punto medio dell'asta AB agisca una forza $\mathbf{F} = -F \mathbf{c}_2$. Si chiede di determinare:

2. le reazioni vincolari in A e D . (7)

III° Esercizio

Sia $\underline{\sigma}$ il tensore di stress rappresentato in una terna cartesiana ortonormale dalla matrice

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Si chiede di determinare

3. di che tipo di stato tensionale si tratti (giustificando); (2)
4. quali siano le direzioni principali di tensione e le tensioni principali; (5)
5. le tensioni normale e tangenziale relative alla direzione orientata di $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$. (4)

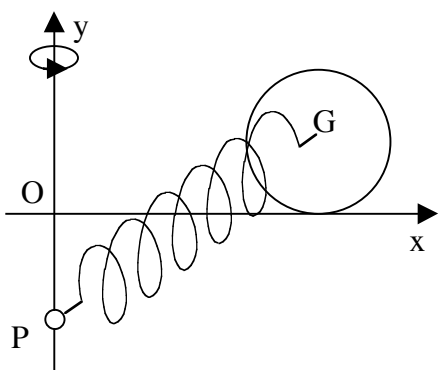


Figura 1

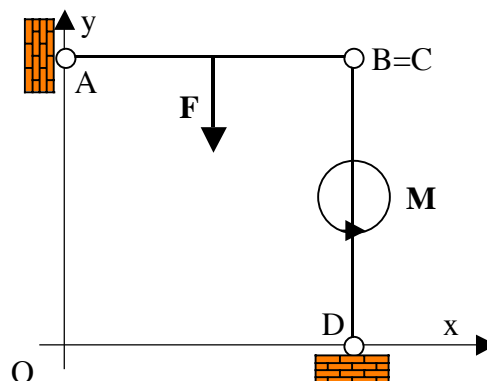


Figura 2

SCRITTO MECCANICA RAZIONALE IM 13/2/2009

I° Esercizio

Si consideri un piano cartesiano Oxy , con y verticale ascendente, che ruoti uniformemente attorno all'asse y rispetto agli spazi inerziali. Sull'asse x sia vincolato senza attrito un punto materiale P di massa m mentre un disco omogeneo, di massa M e raggio R , sia vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse y come in Figura 1. Sia un dispositivo ideale nel punto di contatto C a mantenere il disco nel piano Oxy e a impedire lo strisciamento. Tra il centro G del disco e P sia tesa una molla ideale di costante elastica $h > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si chiede di determinare:

1. Le posizioni di equilibrio e la loro natura riguardo alla stabilità. (5)
2. Risultante e momento risultante delle reazioni vincolari in C . (5)

II° Esercizio

Si consideri un piano cartesiano Oxy , con y verticale ascendente, che ruoti uniformemente attorno all'asse y rispetto agli spazi inerziali. Sull'asse x siano vincolati senza attrito due punti materiali A e B , entrambi di massa m , tra i quali sia tesa una molla ideale di costante elastica $h > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Si supponga, per semplicità, che ciascun punto si possa muovere sull'asse x indipendentemente dall'altro, mantenendo in particolare la propria velocità anche quando i due punti hanno la stessa ascissa. Nell'ipotesi che inizialmente i due punti si trovino da parti opposte rispetto all'origine e alla stessa distanza $d > 0$ da essa e che abbiano velocità nulla, si chiede di determinare

3. il moto con le condizioni iniziali assegnate. (11)

III° Esercizio

Sia O punto interno della configurazione attuale di un continuo deformabile e $Oxyz$ una terna ortonormale. Sullo stato tensionale in O si sappia: i) che è deviatorico; ii) che la tensione relativa alla direzione orientata \mathbf{c}_1 dell'asse x è $\mathbf{t}(\mathbf{c}_1) = \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_3$; inoltre $\mathbf{t}(\mathbf{c}_3) = \mathbf{c}_2 - \mathbf{c}_1$.

Si chiede di:

4. scrivere la matrice di stress relativa alla terna indicata; (4)
5. determinare le tensioni principali e le direzioni principali di tensione; (3)
6. dire di che stato di tensione si tratta. (2)

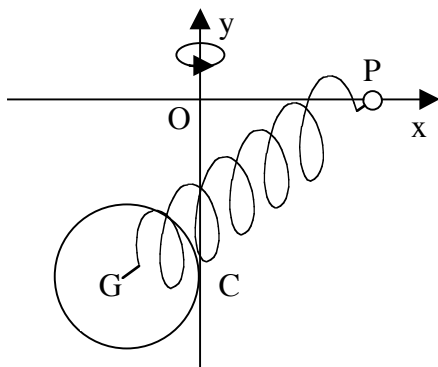


Figura 1

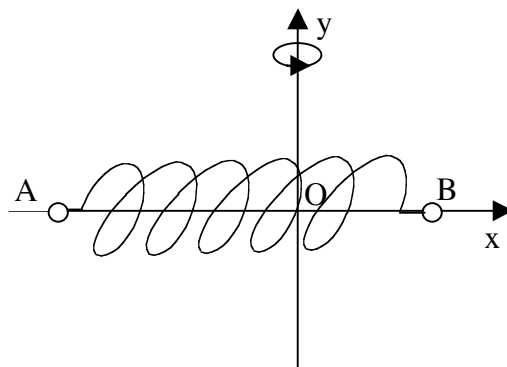


Figura 2

SCRITTO MECCANICA RAZIONALE IM 15/6/2009

I° Esercizio

In un piano cartesiano Oxy , con y verticale ascendente, si consideri una guida circolare di centro O e raggio R . Su di essa sia vincolato a rotolare senza strisciare, mantenendosi sempre tangente internamente, un disco omogeneo di raggio $r < R$ e massa m . Si supponga che il piano Oxy ruoti uniformemente, rispetto agli spazi inerziali, attorno all'asse y . Si chiede di determinare

1. le condizioni sui dati e, eventualmente, sull'energia cinetica iniziale affinché il disco raggiunga la posizione in cui il punto di contatto disco-guida è più alto, partendo dalla configurazione in cui è più basso; (8)
2. le condizioni per l'esistenza di una posizione di equilibrio stabile e il moto del disco in un intorno di essa, nell'ipotesi delle piccole oscillazioni; (7)
3. il risultante delle reazioni vincolari nel punto di contatto tra disco e guida. (5)

II° Esercizio

Sia $\underline{\sigma}$ il tensore di stress rappresentato in una terna cartesiana ortonormale dalla matrice

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si chiede di determinare

3. di che tipo di stato tensionale si tratti (giustificando); (1)
4. quali siano le direzioni principali di tensione e le tensioni principali; (5)
5. le tensioni normale e tangenziale relative alla direzione orientata di $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$. (4)

